高校入試問題 模擬テスト

数　学

サンプル

中学3年生向け

TYPE-1

模擬テスト番号：0103101

試験時間：50 分

解答と解説

【出 題 範 囲】

1年生						2年生						3年生					
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●			
正負の数	文字と式	一次方程式	比例と反比例	平面図形	空間図形	式の計算	連立方程式	一次関数	平行と合同	図形の性質	確率	平方根	多項式	二次方程式	二次関数	相似な図形	三平方の定理

理数科への数学

許可なしに転載・複製することを禁じます。
数学指導研究会

1 (1)～(4)は計算をしなさい。(5)、(6)は因数分解をしなさい。

(1) $\frac{3}{2}\left\{1-\left(5-\frac{5}{4}\right)\div\frac{9}{8}\right\}$

(2) $-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\div\left(-\frac{3^3}{16}\right)$

(3) $(3x-2y)(3x+2y)-(3x-y)^2$

(4) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}\right)^2+\frac{4}{3}\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

(5) $2x^2y-4xy-16y$

(6) $x^2-y^2+xz+yz$

(1) $\frac{3}{2}\left\{1-\left(5-\frac{5}{4}\right)\div\frac{9}{8}\right\}$

$=\frac{3}{2}\left(1-\frac{20-5}{4}\times\frac{8}{9}\right)$

$=\frac{3}{2}\left(1-\frac{15}{4}\times\frac{8}{9}\right)$

$=\frac{3}{2}\left(1-\frac{10}{3}\right)=\frac{3}{2}\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{7}{2}$ …答

(2) $-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\div\left(-\frac{3^3}{16}\right)$

$=-\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}\div\left(-\frac{27}{16}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}\times\frac{16}{27}$

$=\frac{4}{9}$ …答

(3) $(3x-2y)(3x+2y)-(3x-y)^2$

$=9x^2-4y^2-\left(9x^2-6xy+y^2\right)$

$=9x^2-4y^2-9x^2+6xy-y^2$

$=6xy-5y^2$ …答

(4) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}\right)^2+\frac{4}{3}\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

$=\left(\frac{4}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+2\right)+\frac{4}{3}\left(6+\sqrt{6}-2\right)$

$=\frac{10}{3}-\frac{4\sqrt{6}}{3}+\frac{4}{3}\left(4+\sqrt{6}\right)$

$=\frac{10}{3}-\frac{4\sqrt{6}}{3}+\frac{16}{3}+\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{26}{3}$ …答

(5) $2x^2y-4xy-16y$

$=2y\left(x^2-2x-8\right)$

$=2y(x-4)(x+2)$ …答

共通因数
$2y$ でくくる！

(6) $x^2-y^2+xz+yz$

$=z(x+y)+x^2-y^2$

$=z(x+y)+(x+y)(x-y)$

$=(x+y)(z+x-y)$

$=(x+y)(x-y+z)$ …答

次数の低い
文字「ｚ」で
整理する！

因数分解の手順

1. **最大の共通因数でくくる。**
   （文字だけでなく、数字も！）
   ・（５）では「$2y$」が共通因数
2. **因数分解の公式（乗法公式）を適用する。**
   ・（５）では解答の２行目から３行目
3. **置き換え等の工夫をして、公式が適用できないか考えてみる。**
4. **工夫して共通因数が作り出せないかどうか考えてみる。**
   ・（６）でこれができると、解答の２行目を省略できます。
5. **<u>次数の一番低い文字で整理</u>してみて、共通因数が作れないかどうか、考えてみる。**
   ・（６）の２行目：ｚの次数が一番低い！

※５番目の方法が最後の砦です。
結構、武器になるよ！

2 次の各問題に答えなさい。

(1) 濃度5%の食塩水200gに水と食塩を加えて、濃度8%の食塩水を300グラムつくります。水と食塩をそれぞれ何gずつ加えればよいでしょうか。

(2) 方程式 $\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{4}{x+1}$ を解きなさい。

(3) 底面の半径が5㎝、高さが10㎝の円柱の体積と表面積を求めなさい。

(4) 大、中、小の3つのサイコロを同時に1回だけ投げて、出た目の数の和が5以下になる確率を求めなさい。

(1) 水を x g、食塩を y g加えるとする。

$x+y=100$ ・・・①

$200\times\dfrac{5}{100}+y=300\times\dfrac{8}{100}$

$10+y=24$

$y=14$

①→ $x=86$

答：水 86 g
　　食塩 14 g

食塩水の濃度の問題は「含まれる食塩の量」に着目！

a〔%〕の食塩水 b〔g〕に含まれる食塩の量

$b\times\dfrac{a}{100}$ 〔g〕

(2) 両辺に $x(x+1)$ をかける。

$(x+1)^2=4x \quad (x\neq 0, x\neq -1)$

$x^2+2x+1=4x$

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0 \quad \Rightarrow \quad x=1$

答：$x=1$

● 与えられた方程式で、分母に x、$x+1$ がきているので、$x=0$、$x=-1$ は解としては採用できないということです。

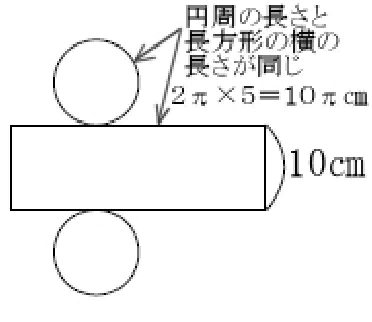
(3) （体積）$=\pi\times5^2\times10=250\pi$

（表面積）$=\pi\times5^2\times2+10\times10\pi$

$=50\pi+100\pi=150\pi$

答：150 π

表面積は展開図で考えよう！



(4) 和が5以下となる3個の自然数の組み合わせ

- ・和が3になる場合………… (1,1,1)
- ・和が4になる場合………… (1,1,2)
- ・和が5になる場合………… (1,1,3), (1,2,2)

(1,1,1)の場合……………………… 1通りの目の出方しかない。

(1,1,2), (1,1,3), (1,2,2)……… 3通りずつ目の出方がある。

したがって、求める確率は

$\dfrac{1+3\times3}{6^3}=\dfrac{10}{6^3}=\dfrac{5}{108}$

答：$\dfrac{5}{108}$

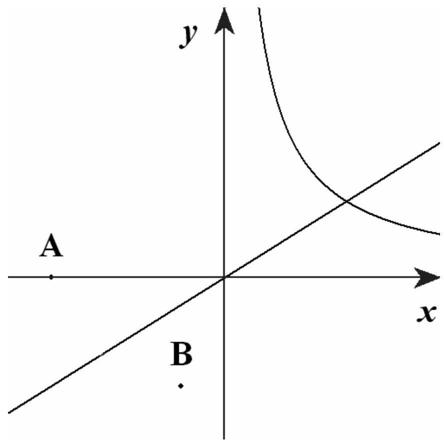
● 例えば(1,1,2)の場合
(大,中,小)＝(2,1,1), (1,2,1), (1,1,2)の3通り

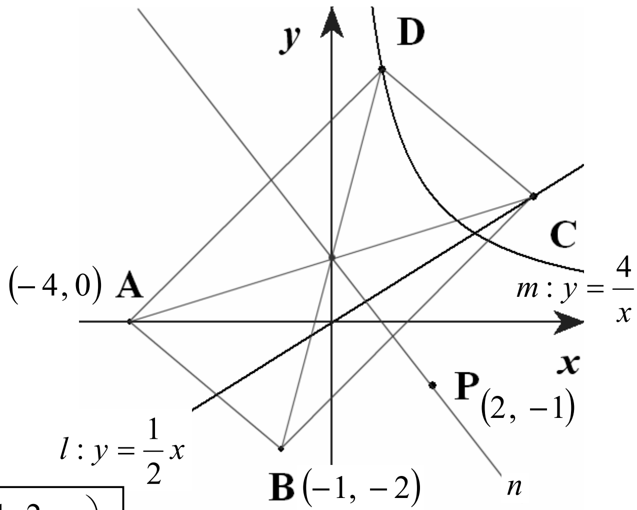
3 右図のように、直線 $l: y=\dfrac{1}{2}x$ と、双曲線 $m: y=\dfrac{4}{x}\,(x>4)$ と、2点 $A(-4,0), B(-1,-2)$ があります。また四角形ＡＢＣＤが平行四辺形となるように、点Ｃを直線l上に、点Ｄを双曲線m上にとります。このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) 点Cのx座標をp、点Dのx座標をqとして、平行四辺形ABCDの対角線ACの中点の座標を p で、対角線BDの中点の座標を q でそれぞれ表しなさい。

(2) C、Dの座標を求めなさい。

(3) 点 $p(2,-1)$を通る直線 n で平行四辺形ＡＢＣＤの面積を二等分します。直線 n の方程式を求めなさい。





(1) 点Cは$l: y=\dfrac{1}{2}x$ 上だから、$C\left(p, \dfrac{p}{2}\right)$

点Dは$m: y=\dfrac{4}{x}$ 上だから、$D\left(q, \dfrac{4}{q}\right)$

$A(-4,0), B(-1,-2)$だから、

（対角線ＡＣの中点）$=\left(\dfrac{p-4}{2}, \dfrac{p}{4}\right)$

（対角線ＢＤの中点）$=\left(\dfrac{q-1}{2}, \dfrac{2}{q}-1\right)$

答：$\left(\dfrac{p-4}{2}, \dfrac{p}{4}\right), \left(\dfrac{q-1}{2}, \dfrac{2}{q}-1\right)$

２点$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$の中点の座標

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

※ この式は、座標値の正負に関わらず、そのまま使えます。

(2) 四角形の対角線が、それぞれの中点で交われば平行四辺形だから、(1)で求めた座標を使って、

x座標: $\dfrac{p-4}{2}=\dfrac{q-1}{2} \Rightarrow p=q+3 \cdots ①$

y座標: $\dfrac{p}{4}=\dfrac{2}{q}-1 \Rightarrow p=\dfrac{8}{q}-4 \cdots ②$

①、②より $q+3=\dfrac{8}{q}-4 \Rightarrow q^2+7q-8=0$

$(q-1)(q+8)=0 \Rightarrow \quad q>0$ だから $q=1, p=4$

よって$C(4,2), D(1,4)$

答: $C(4,2), D(1,4)$

■四角形が平行四辺形になるための条件

(1) ２組の対辺がそれぞれ平行
(2) ２組の対辺がそれぞれ等しい
(3) ２組の対角がそれぞれ等しい
(4) 対角線がそれぞれの中点で交わる
(5) １組の対辺が平行で長さが等しい

(3) 直線nが対角線の中点を通ればよい。

(1)、(2)より対角線の中点の座標: $(0,1)$

直線nは点 $p(2,\ -1)$ も通るので

（直線ｎの傾き）$= \dfrac{-1-1}{2-0} = -1$

$(0,1)$を通るので、切片は１

直線nの式: $y=-x+1$

答： $y=-x+1$

$\left(\text{変化の割合、直線の傾き}\right) = \dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$